



# Universität Karlsruhe (TH)

Institut für Programmstrukturen und Datenorganisation (IPD)

Informatik I WS 2003/04

Dozent: Prof. Dr.rer.nat. G. Goos

Übungsleiter: Tom Gelhausen

<http://www.infoeins.de>

[goos@ipd.info.uni-karlsruhe.de](mailto:goos@ipd.info.uni-karlsruhe.de)

[gelhausen@fzi.de](mailto:gelhausen@fzi.de)

## Übungsblatt 4 - (60T / 0P)

### Graphen & Relationen

Ausgabe: 07.11.2003

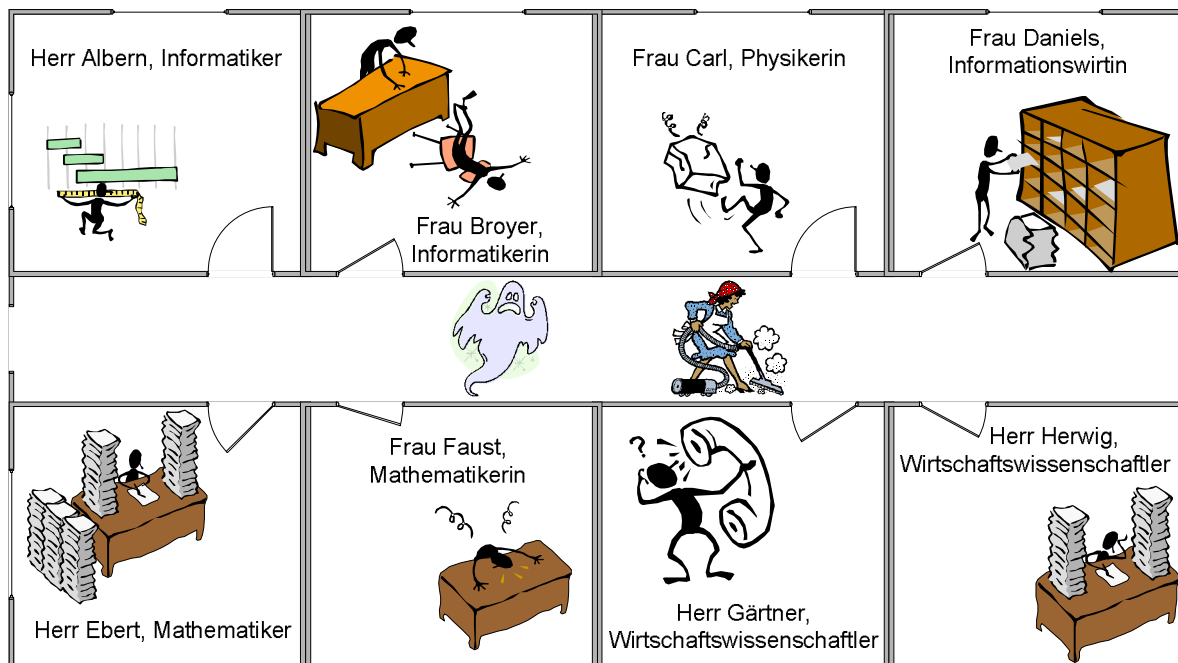
Abgabe: 14.11.2003

13:30 Uhr

Einwurf im Keller des Informatik-Hauptbaus (Geb. 50.34)

## 1. Graphen (18T)

Zank-AG: Schauen Sie sich folgenden Grundriss an:



In diesem Gebäude arbeiten Informatiker, Mathematiker, InWis, Physiker und Wiwis. Informatiker sprechen nur mit Mathematikern und InWis, Wiwis sprechen nur mit InWis, Mathematiker sprechen nur mit Physikern und Informatikern, und natürlich unterhalten sich alle auch mit ihresgleichen. Außerdem spricht jeder mit jedem, der in einem Zimmer direkt neben ihm sitzt (Wand an Wand), aber nicht, wenn er dafür über den Gang laufen muss. Ferner tratscht die Putzfrau nur mit Frauen, während sich der Poltergeist nur mit sich selbst unterhält. Außer dem Poltergeist führt niemand Selbstgespräche.

*Hinweis:* Mit „sprechen“ ist ein Dialog gemeint, d.h. wenn Mathematiker sich mit Physikern unterhalten, dann unterhalten sich Physiker auch mit Mathematikern.

## 1.1 Graph (7T)

Erstellen Sie anhand des Gebäudeplans einen Graphen, der zeigt, wer mit wem redet. Stellen Sie dabei - der Übersichtlichkeit halber - die Unterhaltungen der Putzfrau in einer anderen Farbe dar.

## 1.2 Repräsentationen (5T)

Welche weiteren Darstellungen gibt es? (1T)

Stellen Sie ihre Lösung zu 1.1 in zwei weiteren Repräsentationen dar. (je 2T)

## 1.3 Ecken und Kanten (2T)

Welche Ecken des Graphen haben den höchsten Grad?

Ist der Graph zusammenhängend?

## 1.4 Zyklen (4T)

Wie lange ist der längste Zyklus im Graphen? Geben Sie diesen an.

Gibt es einen hamiltonschen oder eulerschen Kreis? Geben Sie eine Lösung an bzw. begründen Sie kurz, falls es keinen hamiltonschen oder eulerschen Kreis gibt, warum dies so ist.

Was ist der Unterschied zwischen einem hamiltonschen und einem eulerschen Kreis?

## 2. Floyd-Warshall (22T)

### 2.1 Durchführung (15T)

Untersuchen Sie mit Hilfe des Floyd-Warshall-Algorithmus, ob ein von einem beliebigen Mitarbeiter eingestreutes Gerücht alle anderen Mitarbeiter erreichen kann (der Geist steht nicht auf der Gehaltsliste und ist somit kein Mitarbeiter!).

*Hinweis:* Sie können den Algorithmus abbrechen, wenn Sie (nach einer kleinen einstelligen Anzahl von Schritten) feststellen, dass sich das Ergebnis nicht mehr ändern kann. Führen Sie aber den Algorithmus weit genug fort, dass Sie Ihre Aussage belegen können!

### 2.2 Beweis (7T)

Wie berechnet sich die Kantenzahl aus der Eckenzahl

a) für einen vollständigen gerichteten Graphen mit reflexiven Kanten?

b) für einen vollständigen ungerichteten Graphen mit reflexiven Kanten?

Formulieren Sie ihre Annahme und beweisen Sie diese mit Hilfe der vollständigen Induktion.

### 3 Relationen (14T)

Gegeben sei die Relation  $R \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$  mit  $\mathbb{N} = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$ , die durch folgende Adjazenzmatrix definiert ist:

	1	2	3	4	5
1	1	0	1	0	1
2	0	1	0	0	0
3	1	0	1	1	0
4	0	0	1	1	1
5	1	0	0	1	1

#### 3.1 Beziehungen (2T)

Geben Sie an, ob folgende Aussagen richtig oder falsch sind.

(Hinweis: die erste Stelle ist der Zeilen-, die zweite der Spaltenindex der Adjazenzmatrix)

- 2R3
- 1R1
- 4→R3
- 5→R4

#### 3.2 Eigenschaften der Relation (4T)

Nennen Sie alle Eigenschaften der Relation R, die unabhängig von der Belegung der Adjazenzmatrix sind (1T).

Welche weiteren Eigenschaften von R lassen sich mit Hilfe der Adjazenzmatrix bestimmen? Ist R reflexiv, transitiv, symmetrisch, antisymmetrisch? (2T) Macht dies R zu einer Äquivalenzrelation, einer Halbordnung oder einer Totalordnung? (1T)

#### 3.3 allgemeine Eigenschaften (8T)

Welchen Einfluss haben (a) Reflexivität, (b) Transitivität, (c) Symmetrie und (d) Antisymmetrie auf die Darstellung einer Relation als (i) Graph und als (ii) Adjazenzmatrix?

### 4. Chomsky-Grammatiken und –Sprachen (6T)

Gegeben sind folgende drei Grammatiken. Bestimmen Sie zu jeder den Typ der Grammatik, die erzeugte Sprache und den Typ der Sprache.

1.  $P = \{ S \rightarrow aBC,$   
 $aB \rightarrow C \mid SC,$   
 $C \rightarrow c \}$
2.  $P = \{ S \rightarrow aX \mid B,$   
 $X \rightarrow aX \mid B,$   
 $B \rightarrow bB \mid b \}$
3.  $P = \{ S \rightarrow aAb,$   
 $aA \rightarrow aa \mid aaA$   
 $Ab \rightarrow b \mid c \mid bB \mid cB$   
 $B \rightarrow Ab \mid bB \mid cB \}$